



## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2017 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

#### Базовый уровень

#### Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2017 года по математике

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, их форме и уровне сложности.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на каждую позицию экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждую позицию будет предложено только одно задание.

Задание демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2017 году.

#### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа включает в себя 20 заданий.

На выполнение работы отводится 3 часа (180 минут).

Ответы к заданиям записываются в виде числа или последовательности цифр по приведённым ниже образцам.

Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

#### КИМ

#### Бланк

Ответ: -0,6

5	-	0	,	6															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ответ: 

А	Б	В	Г
4	3	1	2

9	4	3	1	2															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

*Желаем успеха!*

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

### **1. Действия с дробями**

Найдите значение выражения  $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + 2$

*Пояснение.*

Представим в дроби в десятичном виде и выполним сложение:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + 2 = 0.4 + 0.25 + 2 = 2.65$$

*Ответ:* 2,65.

**или**

Найдите значение выражения  $(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot 6$

*Пояснение.*

Найдём значение выражения:

$$(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}) \cdot 6 = \frac{8}{15} \cdot 6 = 3,2$$

*Ответ:* 3,2

**или**

Найдите значение выражения  $1,2 - 6,9 \cdot \frac{1}{3}$

*Пояснение.*

Выполним указанные действия:

$$1,2 - 6,9 \cdot \frac{1}{3} = 1,2 - 2,3 = -1,1$$

*Ответ:* -1,1

### **2. Действия со степенями**

Найдите значение выражения  $\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4}$

*Пояснение.*

Преобразуем выражение, используя свойства степени:

$$\frac{0,24 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 10^4} = \frac{24}{60} \cdot 10^{6-4} = \frac{2}{5} \cdot 100 = 40.$$

*Ответ:* 40.

**или**

Найдите значение выражения  $\frac{2^6 \cdot 3^8}{6^5}$

*Пояснение.*

Используем свойства степеней:

$$2^6 \cdot 3^8 : (2^5 \cdot 3^5) = 2 \cdot 3^3 = 54$$

*Ответ:* 54

**или**

Найдите значение выражения  $4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-1}$ .

*Пояснение.*

Используем свойства степеней:

$$4 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-1} = 0,004 + 0,08 + 0,5 = 0,584$$

*Ответ: 0,584.*

### **3. Простейшие текстовые задачи.**

Налог на доходы физических лиц (НДФЛ) в РФ составляет 13% от начисленной заработной платы. Сколько рублей получает работник после уплаты НДФЛ, если начисленная заработная плата составляет 20 000 рублей?

*Пояснение.*

$$20\,000 - 20\,000 \cdot 0,13 = 17400$$

*Ответ: 17400*

**или**

Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

*Пояснение.*

С учетом наценки учебник будет стоить  $170 + 0,2 \cdot 170 = 204$  рубля. Разделим 7000 на 204:

$$7000 : 204 = 34 \frac{16}{51}$$

Значит, можно будет купить 34 учебника.

*Ответ: 34.*

**или**

Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

*Пояснение.*

Скидка на покупку составит  $200 \cdot 0,05 = 10$  рублей. Значит, держатель дисконтной карты заплатит за книгу  $200 - 10 = 190$  рублей.

*Ответ: 190.*

### **4. Преобразование выражений . Действия с формулами.**

Площадь ромба  $S(\text{м}^2)$  можно вычислить по формуле  $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$ , где  $d_1, d_2$  – диагонали ромба (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите диагональ  $d_1$ , если диагональ  $d_2$  равна 30 м, а площадь ромба  $120 \text{ м}^2$ .

*Пояснение.*

Подставим в формулу известные величины:

$$120 = \frac{1}{2} d_1 \cdot 30, \quad d_1 = 8$$

*Ответ: 8.*

**или**

Найдите  $v_0$  из равенства  $v=v_0+at$ , если  $v=20, t=2, a=7$

Пояснение:

$$v_0 = v - at, v_0 = 6$$

Ответ: 6

или

Площадь треугольника со сторонами  $a, b, c$  можно найти по формуле Герона  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где  $p = \frac{a+b+c}{2}$ . Найдите площадь треугольника со сторонами 11, 13, 20.

Пояснение.

Найдем полупериметр:

$$p = \frac{11+13+20}{2}$$

затем площадь:

$$S = \sqrt{22(22-11)(22-13)(22-20)} = 66$$

Ответ: 66.

### 5. Вычисления и преобразования.

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

Пояснение:

По основному тригонометрическому тождеству  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\cos \alpha = -0,6$$

Ответ: -0,6

или

Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$ .

Пояснение.

Поскольку  $\cos^2 (180^\circ + \alpha) = \cos^2 \alpha$  имеем:

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 (180^\circ + 27^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ}$$

Ответ: 12

или

Найдите значение выражения  $\log_4 8$ .

Пояснение. Выполним преобразования:

$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = 1,5$$

Ответ: 1,5.

### 6. Простейшие текстовые задачи

Баночка йогурта стоит 4 рубля 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 25 рублей?

Пояснение

$$25 : 4,6 = \frac{25}{4,6} = 5 \frac{10}{23}$$

*Ответ: 5*

**или**

**В среднем за день во время конференции расходуется 90 пакетиков чая. Конференция длится 7 дней. В пачке чая 100 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?**

*Пояснение.*

Для конференции необходимо приобрести  $90 \cdot 7 = 630$  пакетиков чая. Поскольку в пачке 100 пакетиков необходимо приобрести не менее  $630:100=6,3$  пачек. Следовательно, нужно приобрести 7 пачек чая.

*Ответ: 7.*

**или**

**На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Тюльпаны стоят 45 рублей за штуку. У Вани есть 300 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?**

*Пояснение.*

Разделим 300 руб. на 45 руб.:

$$300:45=6\frac{2}{3}$$

Тем самым, можно купить 6 тюльпанов. Но поскольку букет должен состоять из нечётного числа цветков, Ваня может купить букет из 5 тюльпанов.

*Ответ: 5.*

### **7.Простейшие уравнения.**

**Найдите корень уравнения  $3^{x-5} = 81$**

*Пояснение:*

$$3^{x-5} = 81, x - 5 = 4, x = 9$$

*Ответ:9*

**или**

**Найдите корень уравнения  $\log_2(x - 3) = 6$**

*Пояснение*

$$x - 3 = 2^6, x = 67$$

*Ответ:67*

**или**

**Найдите отрицательный корень уравнения  $x^2 - x - 6 = 0$**

*Пояснение*

$$x^2 - x - 6 = 0,$$

$$x = -2 \text{ или } x = 3.$$

отрицательный корень уравнения:  $x = -2$ .

*Ответ:-2*

### **8.Прикладная геометрия.**

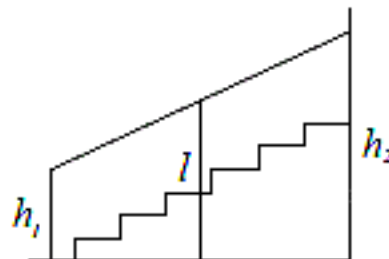
Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные нужно огородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

*Пояснение*

Длина забора  $l = 900 + 400 \cdot 2 = 1700$  *Ответ: 1700*

или

Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту  $l$  этого столба, если наименьшая высота  $h_1$  перил относительно земли равна 1,5 м, а наибольшая  $h_2$  равна 2,5 м. Ответ дайте в метрах.



*Пояснение.*

Заметим, что данная конструкция представляет собой трапецию, а столб — средняя линия данной трапеции. Длина средней линии трапеции равна полусумме оснований:

$$l = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{1.5 + 2.5}{2} = 2$$

*Ответ: 2.*

или

Рыболовное хозяйство строит бассейн для разведения рыбы. Бассейн имеет форму прямоугольника со сторонами 4 м и 12 м. В центре каждого бассейна находится техническая постройка, которая имеет форму прямоугольника со сторонами 2 м и 3 м. Найдите площадь оставшейся части бассейна.

*Пояснение.*

Площадь бассейна без учёта технической постройки равна  $4 \cdot 12 = 48 \text{ м}^2$ . Учитывая, что техническая постройка занимает площадь  $2 \cdot 3 = 6 \text{ м}^2$ , получаем, что площадь оставшейся части бассейна:  $48 - 6 = 42 \text{ м}^2$ .

*Ответ: 42.*

### 9. Размеры и единицы измерения.

Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

#### ВЕЛИЧИНЫ

- А) рост ребёнка
- Б) толщина листа бумаги
- В) длина автобусного маршрута
- Г) высота жилого дома

#### ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ

- 1) 32 км
- 2) 30 м
- 3) 0,2 мм
- 4) 110 см

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

*Пояснение.*

Рост ребёнка может быть равен 110 см, толщина листа бумаги может составлять 0,2 мм, длина автобусного маршрута — 32 км, высота жилого дома — 30 м.

*Ответ: 4312.*

**или**

**Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.**

**ВЕЛИЧИНЫ**

**ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ**

- |                        |            |
|------------------------|------------|
| А) высота горы Эверест | 1) 3530 км |
| Б) длина реки Волги    | 2) 120 см  |
| В) ширина окна         | 3) 20 мм   |
| Г) диаметр монеты      | 4) 8848 м  |

*В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.*

А	Б	В	Г

*Пояснение.*

Определим наибольшую из величин - длина реки Волги, следовательно, значение 1). Определим наименьшую из величин - диаметр монеты, следовательно, значение 3). Ширина окна из оставшихся двух значений удовлетворяет варианту под номером 2). Высота горы Эверест - оставшаяся величина, следовательно, значение 4).

*Ответ: 4123*

**или.**

**Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.**

**ВЕЛИЧИНЫ**

**ВОЗМОЖНЫЕ  
ЗНАЧЕНИЯ**

- |   |               |
|---|---------------|
| А) частота вращения минутной стрелки        | 1) 1 об/день  |
| Б) частота вращения лопастей вентилятора    | 2) 1,6 об/год |
| В) частота обращения Земли вокруг своей оси | 3) 24 об/день |
| Г) частота обращения Венеры вокруг Солнца   | 4) 50 об/с    |

*Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:*

А	Б	В	Г

*Пояснение.*

Частота вращения лопастей вентилятора – самая большая из предложенных величин — 50 об/с. Частота вращения минутной стрелки — 24 об/день. Частота обращения Земли вокруг своей оси — 1 об/день. Частота обращения Венеры вокруг Солнца — 1,6 об/год.

*Ответ: 3412.*

### **10. Начала теории вероятностей.**

**В чемпионате по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 7 из США, 12 из Китая, 9 из Японии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.**

*Пояснение.*

В чемпионате принимает участие 7 спортсменов из России. Тогда вероятность того, что спортсмен, выступающим первым, окажется из России, равна

$$7 : 35 = 0,2$$

*Ответ: 0,2.*

**или**

**В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.**

*Пояснение.*

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно  $6 \cdot 6 = 36$ . Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна

$$\frac{5}{36} = 0,138 \dots \text{ Ответ: } 0,14$$

**или**

**Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?**

*Пояснение.*

На третий день запланировано 18 выступлений. Значит, вероятность того, что выступление представителя из России окажется запланированным на третий день конкурса, равна

$$\frac{18}{80} = 0.225$$

*Ответ: 0,225.*



## 11. Чтение графиков и диаграмм.

На диаграмме приведены данные о протяжённости восьми крупнейших рек России. Первое место по протяжённости занимает Лена. На каком месте по протяжённости находится Амур?

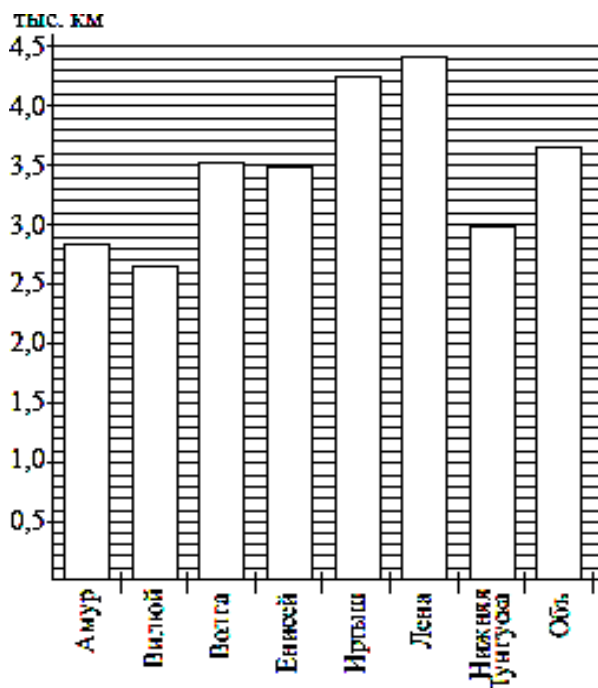
*Пояснение.*

Расположим реки в порядке убывания их длины:

- 1) Лена.
- 2) Иртыш.
- 3) Обь.
- 4) Волга.
- 5) Енисей.
- 6) Нижняя Тунгуска.
- 7) Амур
- 8) Вилюй.

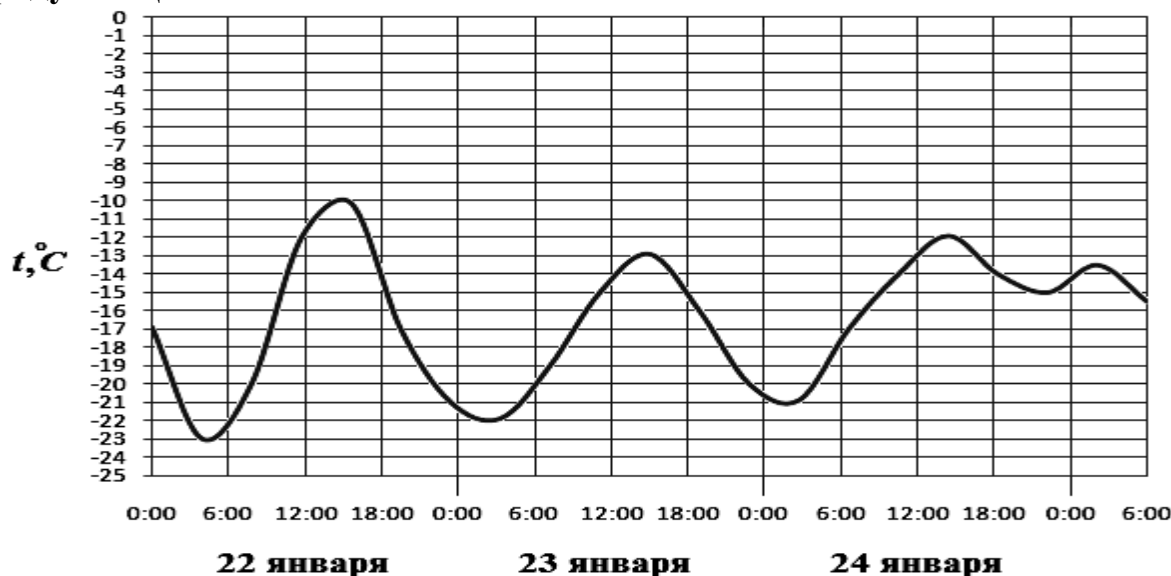
Таким образом, Амур находится на седьмом месте.

*Ответ: 7.*



**или**

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



*Пояснение.*

Из графика видно, что наибольшая температура воздуха 22 января составляла  $-10^{\circ}\text{C}$  (см. рисунок).

*Ответ:  $-10$ .*

или

В таблице показано распределение медалей Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей. Сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по числу золотых медалей?

Места	Команды	Медали			
		Золотые	Серебряные	Бронзовые	Всего
1	Россия	13	11	9	33
2	Норвегия	11	5	10	26
3	Канада	10	10	5	25
4	США	9	7	12	28
5	Нидерланды	8	7	9	24
6	Германия	8	6	5	19
7	Швейцария	6	3	2	11
8	Республика Беларусь	5	0	1	6
9	Австрия	4	8	5	17
10	Франция	4	4	7	15

*Пояснение*

Серебряных медалей у команды, занявшей второе место по числу золотых медалей (Норвегия) 5 мест.

*Ответ:* 5

## 12.Выбор оптимального варианта.

Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Переводчики	Языки	Стоимость услуг (рублей в день)
1	Немецкий, испанский	7000
2	Английский, немецкий	6000
3	Английский	3000
4	Английский, французский	6000
5	Французский	2000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12 000 рублей в день.

*В ответе для собранной группы укажите номера переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.*

*Пояснение.*

Заметим, что стоимость услуг переводчиков, знающих только английский и французский языки меньше стоимости услуг переводчика, знающего одновременно английский и французский языки, поэтому при подборе вариантов четвертого переводчика можно не учитывать. Переводчика, знающего только немецкий язык нет, поэтому в группу необходимо взять либо первого, либо второго переводчика.

В первом случае необходимо включить в группу переводчиков, знающих английский и французский языки; дешевле выбрать переводчиков 3 и 5, тогда стоимость услуг составит 12 000 рублей в день. Остальные варианты дороже.

Во втором случае необходимо включить в группу переводчиков, знающих французский и испанский языки; дешевле выбрать переводчиков 5 и 6, тогда стоимость услуг составит 12 000 рублей в день. Остальные варианты дороже. Таким образом, группа переводчиков, удовлетворяющая всем условиям, может быть собрана из переводчиков 1, 3 и 5 или из переводчиков 2, 5 и 6.

*Ответ: 135 или 256.*

**или**

**В таблице даны тарифы на услуги трех фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?**

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки *	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки
<i>А</i>	350 руб.	Нет	13 руб.
<i>Б</i>	Бесплатно	20 мин. — 300 руб.	19 руб.
<i>В</i>	180 руб.	10 мин. — 150 руб.	15 руб.

*\*Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.*

*Пояснение.*

Рассмотрим различные варианты.

Стоимость поездки на такси фирмы *А* будет складываться из стоимости 70 минут поездки, то есть  $70 \cdot 13 = 910$  руб., а также стоимости подачи такси и будет составлять  $350 + 910 = 1\,260$  руб.

Стоимость поездки на такси фирмы *Б* будет складываться из стоимости минимальной поездки, а также стоимости 50 минут поездки сверх минимальной, то есть  $300 + 50 \cdot 19 = 300 + 950 = 1\,250$  руб.

Стоимость поездки на такси фирмы *В* будет складываться из стоимости минимальной поездки, а также стоимости 60 минут поездки сверх минимальной и стоимости подачи машины, то есть  $150 + 60 \cdot 15 + 180 = 330 + 900 = 1\,230$  руб.

*Ответ: 1230.*

**или**

**Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.**

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 мин. разговора
Повременный	135 руб. в месяц	0,3 руб.
Комбинированный	255 руб. за 450 мин. в месяц	0,28 руб. за 1 мин. сверх 450 мин. в месяц
Безлимитный	380 руб. в месяц	

Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план, исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 650 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 650 минут? Ответ дайте в рублях.

*Пояснение.*

Рассмотрим три случая.

На тарифном плане «Повременный» ежемесячная плата будет складываться из абонентской 135 руб. и платы за 650 мин.  $650 \cdot 0,3 = 195$  руб. и будет составлять  $195 + 135 = 330$  руб.

На тарифном плане «Комбинированный» ежемесячная плата будет складываться из абонентской 255 руб. и платы за 200 мин. сверх тарифа  $200 \cdot 0,28 = 56$  руб. и будет составлять  $255 + 56 = 311$  руб.

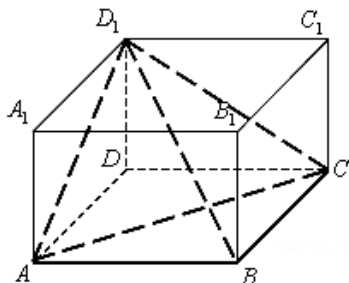
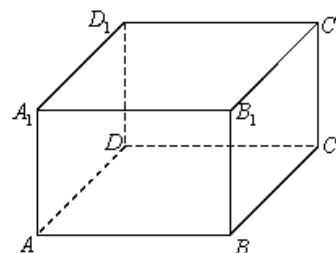
На тарифном плане «Безлимитный» ежемесячная плата будет равна 380 рублям.

Стоимость самого дешевого варианта составляет 311 рублей.

*Ответ: 311.*

### 13.Стереометрия.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB=4, AD=3, AA_1=4$ .



*Пояснение.*

Площадь основания пирамиды в два раза меньше площади основания параллелепипеда, а высота у них общая. Поэтому

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} h = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 8$$

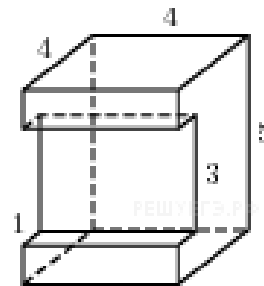
*Ответ: 8.*

или

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

*Пояснение.*

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 4; 4и 5 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 3:

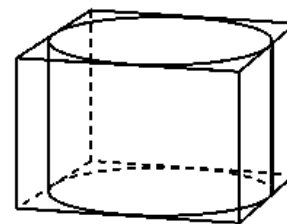


$$2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 3 = 114.$$

*Ответ: 114.*

или

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



*Пояснение.*

Высота параллелепипеда равна высоте вписанного в него цилиндра. Основанием параллелепипеда является квадрат, сторона которого в два раза больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому площадь основания равна 4, а объем параллелепипеда равен

$$V_{\text{пир}} = S_{\text{осн}} \cdot H = 4 \cdot 1 = 4.$$

*Ответ:* 4.

#### 14. Анализ графиков и диаграмм.



На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия.

Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

#### **ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ**

- А) 0–2 мин.
- Б) 2–4 мин.
- В) 4–6 мин.
- Г) 8–10 мин.

#### **ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА**

- 1) температура росла медленнее всего
- 2) температура падала
- 3) температура росла быстрее всего
- 4) температура не превышала 40 °С

В таблице под каждой буквой, соответствующей интервалу времени, укажите номер характеристики процесса.

*Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:*

А	Б	В	Г

*Пояснение.*

На интервале 0–2 минуты температура возросла от примерно 18 °С до примерно 38 °С.

На интервале 2–4 минуты температура возросла от примерно 38 °С до примерно 45 °С.

На интервале 4–6 минут температура возросла от примерно 45 °С до примерно 74 °С.

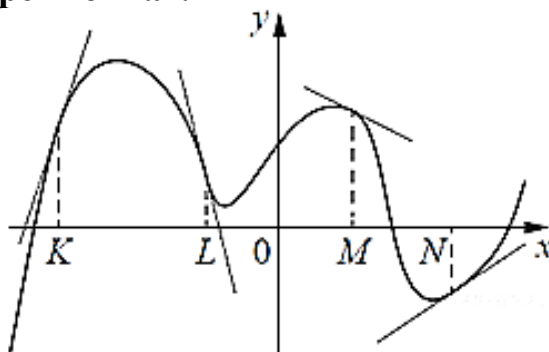
На интервале 8–10 минут температура упала от 90 °С до примерно 78 °С.

Таким образом, получаем соответствие: А — 4, Б — 1, В — 3, Г — 2.

Ответ: 4132.

**или**

На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) K	1) -4
Б) L	2) 3
В) M	3) $\frac{2}{3}$
Г) N	4) -0,5

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Пояснение.

Значение производной в точке равно угловому коэффициенту касательной, проведённой в этой точке. Он положителен и меньше 1, если касательная наклонена к положительному направлению оси абсцисс под углом меньше 45°; больше 1, если угол наклона больше 45°, но меньше 90°.

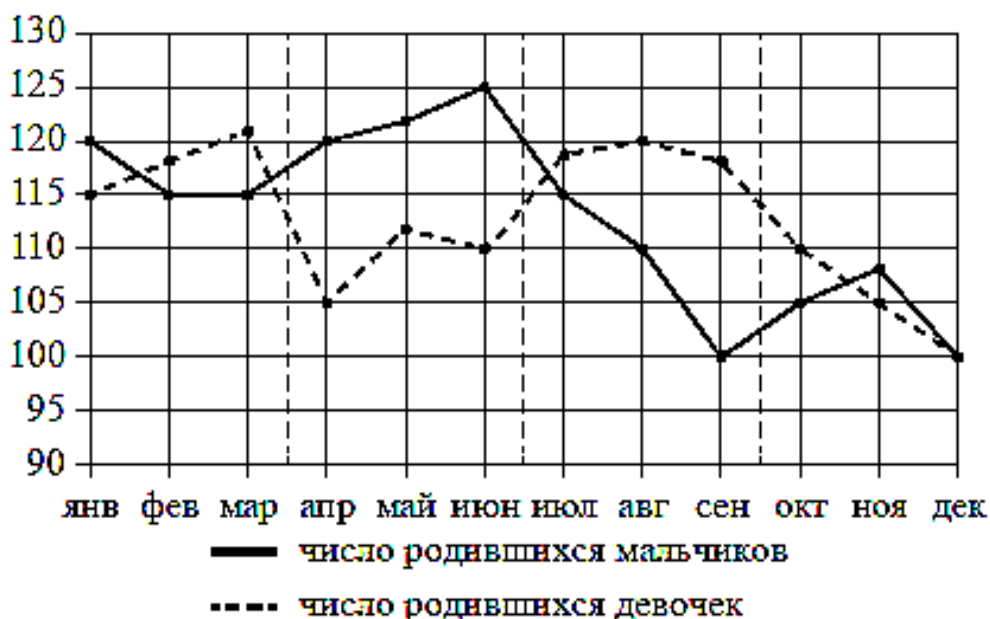
Поэтому в точке K угловой коэффициент положителен и больше 1, в точке L — отрицателен и меньше -1, M — отрицателен и больше -1, N — положителен и меньше 1.

Таким образом, получаем соответствие А — 2, Б — 1, В — 4 и Г — 3.

Ответ: 2143.

**или**

На рисунке точками изображено число родившихся мальчиков и девочек за каждый календарный месяц 2013 года в городском роддоме. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество родившихся мальчиков и девочек (по отдельности). Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

**ПЕРИОДЫ  
ВРЕМЕНИ**

**ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЖДАЕМОСТИ**

А) 1-й квартал года

1) рождаемость мальчиков в течение 2-го и 3-го месяцев периода была одинаковой

Б) 2-й квартал года

2) рождаемость девочек снижалась

В) 3-й квартал года

3) в каждом месяце девочек рождалось больше, чем мальчиков

Г) 4-й квартал года

4) в каждом месяце мальчиков рождалось больше, чем девочек

*Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:*

А	Б	В	Г

*Пояснение.*

За первый квартал года рождаемость мальчиков в январе изменялась со 120 до 115, а в марте — со 115 до 120, таким образом, рождаемость мальчиков в течение 1-го и 3-го месяцев периода была одинаковой.

За второй квартал года график рождаемости мальчиков выше графика рождаемости девочек, а значит, рождаемость мальчиков превышала рождаемость девочек.

В третьем квартале в каждом месяце (июле, августе, сентябре) девочек рождалось больше, чем мальчиков.

За четвертый квартал года рождаемость девочек снижалась примерно от 114 до 100.

Таким образом, получаем соответствие: А — 1, Б — 4, В — 3, Г — 2.

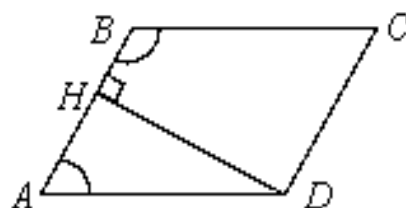
*Ответ: 1432.*

### 15. Планиметрия.

В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная на сторону  $AB$ , равна 4,  $AD=8$ . Найдите синус угла  $B$ .

Пояснение.

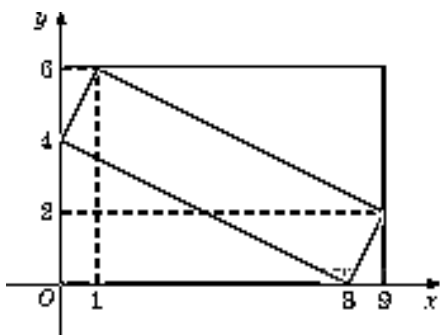
$$\sin B = \sin(\pi - A) = \sin A = \frac{DH}{AD} = 0.5$$



Ответ: 0,5.

или

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты  $(8; 0)$ ,  $(9; 2)$ ,  $(1; 6)$ ,  $(0; 4)$ .

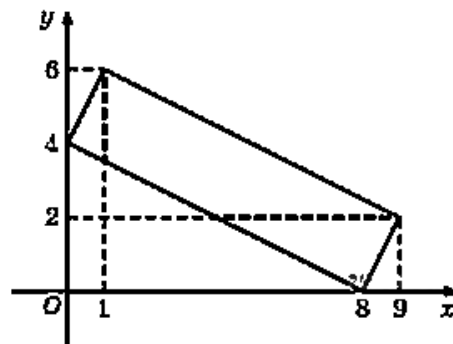


Пояснение.

Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и четырех прямоугольных треугольников. Поэтому

$$S = 6 \cdot 9 - \frac{1}{2}(4 \cdot 8 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot 8) = 20$$

Ответ: 20.



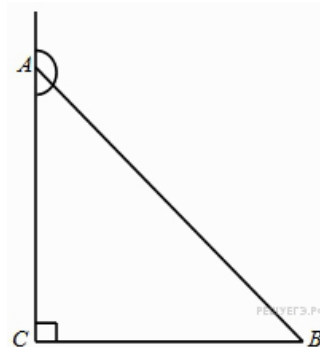
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB=25$ ,  $BC=20$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

Пояснение.

так как

$$\cos A_{\text{внеш}} = -\cos A = -\frac{AC}{AB} = -\frac{\sqrt{AB^2 - BC^2}}{AB} = -0.6$$

Ответ:  $-0,6$ .



### 16. Задачи по стереометрии.

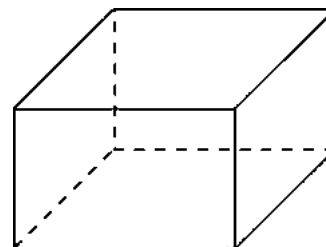
Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

Пояснение.

Обозначим известные ребра за  $a_1$  и  $a_2$ , а неизвестное за  $a_3$ . Площадь поверхности параллелепипеда выражается как  $S = 2(a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_2 a_3)$ .

Выразим  $a_3$ : , откуда неизвестное ребро  $a_3 = 5$

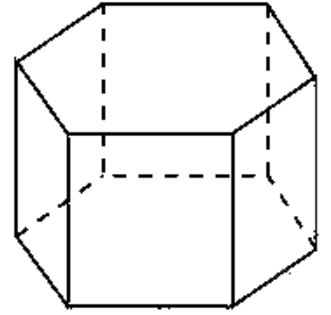
Ответ: 5.





или

Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны  $\sqrt{3}$ .



*Пояснение.*

Объем прямой призмы равен  $V=S \cdot h$ , где  $S$  — площадь основания, а  $h$  — боковое ребро. Площадь правильного шестиугольника со стороной  $a$ , лежащего в основании, задается формулой

$$S = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 1^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

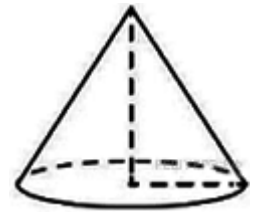
Тогда объем призмы равен

$$V = S \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = 4,5$$

*Ответ:* 4,5.

или

Объем конуса равен  $9\pi$ , а его высота равна 3. Найдите радиус основания конуса.



*Пояснение.*

Найдём радиус основания конуса по формуле:

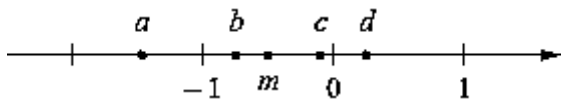
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h. \quad R = \sqrt{\frac{3V}{4\pi}}. \quad R = 3.$$

*Ответ:* 3.

### 17.Неравенства.

На координатной прямой точками отмечены числа  $a, b, c, d$  и  $m$ . Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца.

**ТОЧКИ**



**ЧИСЛА**

- 1)  $m - \frac{1}{4}$
- 2)  $-\frac{m}{2}$
- 3)  $3m$
- 4)  $m^3$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

A	B	C	D

*Пояснение.*

Заметим, что  $m$  примерно равно  $-\frac{1}{2}$ . Следовательно,

$$m - \frac{1}{4} \approx -\frac{3}{4}; \quad -\frac{m}{2} \approx \frac{1}{4}; \quad 3m \approx -\frac{3}{2}; \quad m^3 \approx -\frac{1}{8}$$

Таким образом, точка  $a$  соответствует числу  $3m$ .  $b$  — числу  $m - \frac{1}{4}$ .

$c$  — числу  $m^3$ ,  $d$  — числу  $\frac{m}{2}$

Ответ: 3142.

**или**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений из правого столбца. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

**НЕРАВЕНСТВА**

**РЕШЕНИЯ**

А)  $\frac{1}{(x-2)(x-3)} > 0$

Б)  $3^{-x+3} > 3$

В)  $\log_3 x > 1$

Г)  $\frac{x-2}{x-3} > 0$

1)  $x < 2$  или  $x > 3$

2)  $2 < x < 3$

3)  $x < 2$

4)  $x > 3$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Пояснение.

Решим неравенства:

А)  $\frac{1}{(x-2)(x-3)} > 0$ ,  $x < 2$  или  $x > 3$

Б)  $3^{-x+3} > 3$ ,  $-x + 3 > 1$ .  $x < 2$

В)  $\log_3 x > 1$ ,  $x > 3$

Г)  $\frac{x-3}{x-2} < 0$ ,  $2 < x < 3$ .

Ответ: 1342

**или**

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений из правого столбца. Установите соответствие между неравенствами и множествами их решениями.

**НЕРАВЕНСТВА**

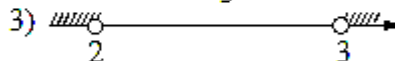
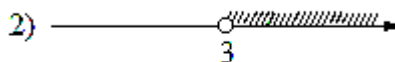
**РЕШЕНИЯ**

А)  $\frac{1}{(x-2)(x-3)} > 0$

Б)  $3^{-x+3} > 3$

В)  $\log_3 x > 1$

Г)  $\frac{x-2}{x-3} > 0$



Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

А	Б	В	Г

Пояснение.

Решим неравенства.

А)  $\frac{1}{(x-2)(x-3)} > 0$ ,  $x < 2$  или  $x > 3$

Б)  $3^{-x+3} > 3$ ,  $-x + 3 > 1$ .  $x < 2$

В)  $\log_3 x > 1, x > 3$

Г)  $\frac{x-2}{x-3} < 0, 2 < x < 3$

Таким образом, получаем соответствие: А — 3, Б — 1, В — 2, Г — 4.

*Ответ: 3124.*

### 18. Анализ утверждений.

В городе Z в 2013 году мальчиков родилось больше, чем девочек. Мальчиков чаще всего называли Андрей, а девочек — Мария. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

Среди рождённых в 2013 году в городе Z:

- 1) девочек с именем Мария больше, чем с именем Светлана.
- 2) мальчиков с именем Николай больше, чем с именем Аристарх.
- 3) хотя бы одного из родившихся мальчиков назвали Андреем.
- 4) мальчиков с именем Андрей больше, чем девочек с именем Мария.

*В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.*

*Пояснение.*

- 1) Утверждение о том, что девочек чаще всего называли Мария означает, что девочек, которых называли другими именами меньше, следовательно, первое утверждение верно. Первое утверждение следует из приведённых данных.
- 2) Второе утверждение не следует из приведённых данных.
- 3) Если мальчиков чаще всего называли Андреем, то, следовательно, родился по крайней мере один мальчик, которого назвали Андреем. Второе утверждение следует из приведённых данных.
- 4) Четвёртое утверждение не следует из приведённых данных, поскольку невозможно сказать, сколько родившихся мальчиков назвали Андреем, а сколько девочек — Мариями.

*Ответ: 13*

### или

В фирме N работают 50 человек, из них 40 человек знают английский язык, а 20 человек — немецкий. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных. В фирме N

- 1) хотя бы три человека знают оба языка
- 2) нет ни одного человека, знающего и английский, и немецкий языки
- 3) если человек знает немецкий язык, то он знает и английский
- 4) не больше 20 человек знают два иностранных языка

*В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.*

*Пояснение.*

- 1) Утверждение верно, поскольку в фирме всего 50 человек и из них 40 человек знают английский язык, а 20 человек — немецкий.
- 2) Второе утверждение противоречит приведённым данным.

3) Утверждение не следует из приведённых данных.

4) Сотрудники фирмы могут знать и другие иностранные языки. Утверждение не следует из приведённых данных.

*Ответ: 1.*

**или**

Пять наиболее длинных рек России (учитывается наибольшая длина с притоками) — это Амур, Енисей, Иртыш, Лена и Обь. При этом Лена длиннее Енисея, но короче Оби, Амур длиннее и Лены и Иртыша. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

1) Амур — первая или вторая по длине река

2) Енисей — вторая или третья река по длине

3) Лена длиннее Иртыша

4) Амур длиннее Оби

*В ответе укажите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.*

*Пояснение.*

Пусть  $A$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $L$  и  $O$  — соответственно длины Амура, Енисея, Иртыша, Лены и Оби. Из условия получаем неравенства:  $L > E$ ,  $L < O$ ,  $A > L$ ,  $A > I$ . Откуда получаем:  $E < L < O$ .

1) Из условия следует, что Амур длиннее Лены, Иртыша и Енисея, следовательно, Амур первая или вторая по длине река.

2) Из условия нельзя сказать, какое место занимает Енисей по длине.

3) Из условия нельзя сказать как соотносятся длины Лены и Иртыша.

4) Из имеющихся неравенств нельзя, определить как относятся длины Амур и Оби.

Таким образом, верным является утверждение 1.

*Ответ: 1.*

### **19. Числа и их свойства.**

Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

*Пояснение.*

Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

$$20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5.$$

При разложении способами 1–4 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, условию задачи удовлетворяет любое число, записанное цифрами 5, 7 и 8, например, число 578.

*Ответ: 578|587|758|785|857|875*

**или**

Вычеркните в числе 74513527 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 15. В ответе укажите ровно одно получившееся число.

*Пояснение.*

Если число делится на 15, то оно также делится на 3 и на 5. Поэтому в последнем разряде числа должен быть ноль или цифра пять. Тогда вычёркиваем 27. Остаётся 745135. Посчитаем сумму цифр — 25. Для того, чтобы число делилось на три необходимо, чтобы сумма цифр была кратна трём. В таком случае можно вычеркнуть цифру 1 и получить число 74535, цифру 4 и получить 75135 или вычеркнуть цифру 7 и получить число 45135.  
*Ответ: 74535, 75135 или 45135.*

**или**

**Приведите пример трёхзначного натурального числа, большего 500, которое при делении на 8 и на 5 даёт равные ненулевые остатки и первая слева цифра которого является средним арифметическим двух других цифр. В ответе укажите ровно одно такое число.**

*Пояснение.*

По модулю 5 и 8 число имеет одинаковые остатки. Оно будет иметь тот же остаток и при делении на 40. Этот остаток больше нуля и меньше пяти. Пусть наше число имеет вид  $\overline{xyz}$ , тогда имеем:

$$\begin{cases} 5 \leq x \leq 9, \\ 0 \leq y \leq 9, \\ 0 < z < 5, \\ 2x = y + z. \end{cases}$$

Заметим, также, что искомое число должно быть чётным. Переберём все варианты, их четыре: 564, 684.

*Ответ: 564; 684.*

## **20. Задачи на смекалку.**

**Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь сползает на 2 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?**

*Пояснение.*

За день улитка заползёт на 3 метра, а за ночь — сползёт на 2 метра. Итого за сутки она заползёт на метр. За 7 суток она поднимется на высоту семи метров. И днём следующего дня она уже окажется на вершине дерева.

*Ответ: 8*

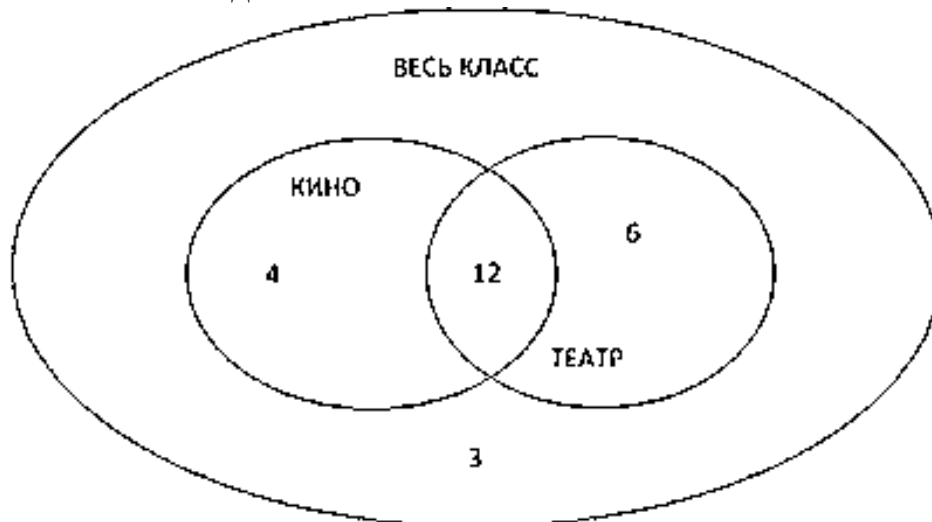
**или**

**В классе учатся 25 учащихся. Несколько из них ходили в кино, 18 человек ходили в театр, причём и в кино, и в театр ходили 12 человек. Известно, что трое не ходили ни в кино, ни в театр. Сколько человек из класса ходили в кино?**

*Пояснение.*

12 человек ходили и в кино, и в театр. А всего в театр ходило 18 человек. Значит, 6 человек ходили только в театр.

Сходили в театр или в кино и в театр, или никуда не ходили —  $12 + 6 + 3 = 21$  человек. Значит,  $25 - 21 = 4$  человека ходили только в кино. И значит всего в кино сходило  $12 + 4 = 16$  человек.



*Ответ: 16*

**или**

**Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семизэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)**

*Пояснение.*

Поскольку в первых 7 подъездах не меньше 462 квартир, в каждом подъезде не меньше  $462 : 7 = 66$  квартир. Следовательно, на каждом из 7 этажей в подъезде не меньше 9 квартир.

Пусть на каждой лестничной площадке по 9 квартир. Тогда в первых семи подъездах всего  $9 \cdot 7 \cdot 7 = 441$  квартира, и квартира 462 окажется в восьмом подъезде, что противоречит условию.

Пусть на каждой площадке по 10 квартир. Тогда в первых семи подъездах  $10 \cdot 7 \cdot 7 = 490$  квартир, а в первых шести — 420. Следовательно, квартира 462 находится в седьмом подъезде. Она в нем 42-ая по счету, поскольку на этаже по 10 квартир, она расположена на пятом этаже.

Если бы на каждой площадке было по 11 квартир, то в первых шести подъездах оказалось бы  $11 \cdot 7 \cdot 6 = 462$  квартиры, то есть 462 квартира в шестом подъезде, что противоречит условию.

Тем самым, Саша живёт на пятом этаже.

*Ответ: 5*